（株）フォトンファイブ

固体レーザ設計技術入門(3)

(Introduction to Solid-state Laser Design)

3.1　縦モードと利得飽和

3.2　利得係数と共振器内部損失計測法(Findlay-Clay法）

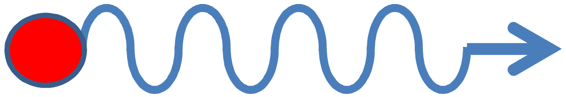
3.3　３準位レーザ

3.1　縦モードと利得飽和

●固体レーザの利得の飽和を理解するため，気体レーザの利得飽和から説明する．

・気体レーザの場合，発振スペクトル線幅はドップラー効果による不均一広がり（inhomogenious broadening)を持つ．

ドップラー効果の一般式



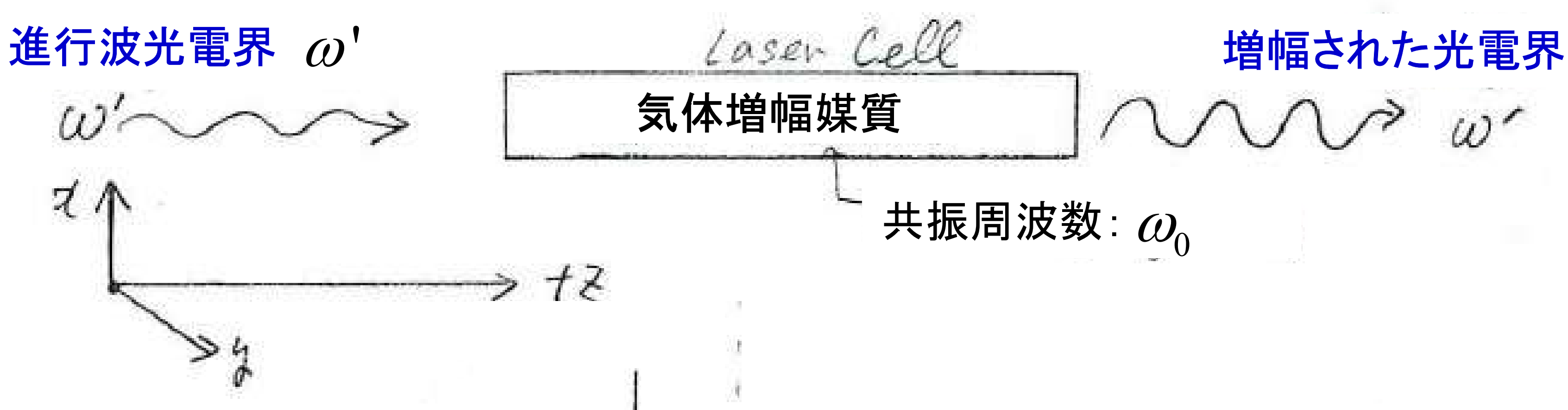
原子が ω_o の光を出しながら v_z で走行しているとすると，静止観測者（実験系）からは，

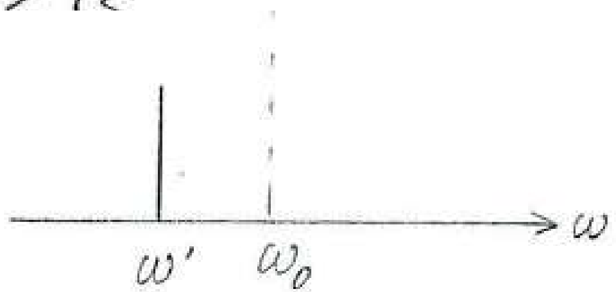
$$v_{ob} = 0 \quad v_s = v_z \quad \omega_{ob} \equiv \omega \quad \omega_s \equiv \omega_o$$ として

$$\frac{\omega}{\omega_o} = \frac{c-0}{c-v_z} \qquad = \omega_o\left(\frac{c}{c-v_z}\right) = \omega_o \frac{1}{(1-v_z/c)}$$

$$\frac{|v_z|}{c} << 1$$ なので，$$\omega \cong \omega_o\left(1+\frac{v_z}{c}\right)$$

●共振器のない気体増幅媒質の場合



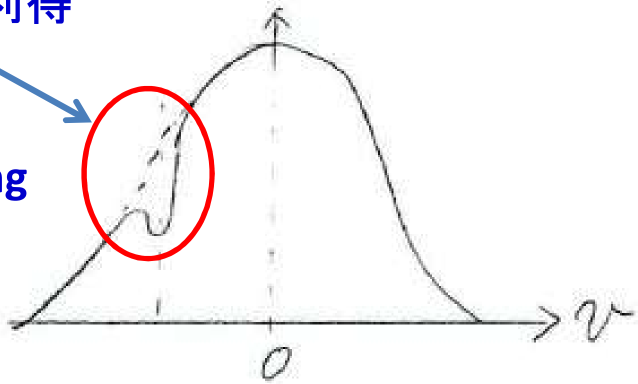


(a)

$$\omega' = \omega_0 \left(1 - \frac{v_z}{c}\right)$$

・光増幅に寄与した原子集団の領域で利得が減少する(利得媒質に穴があく).

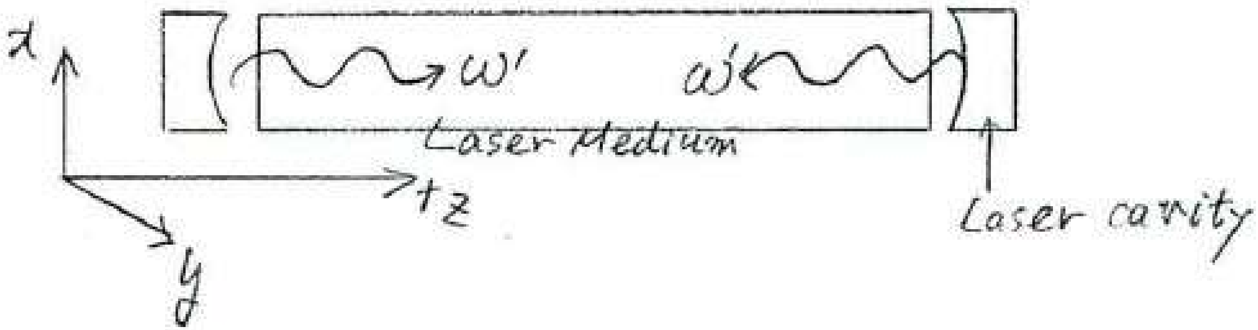
・これをSpectral hole burningという.

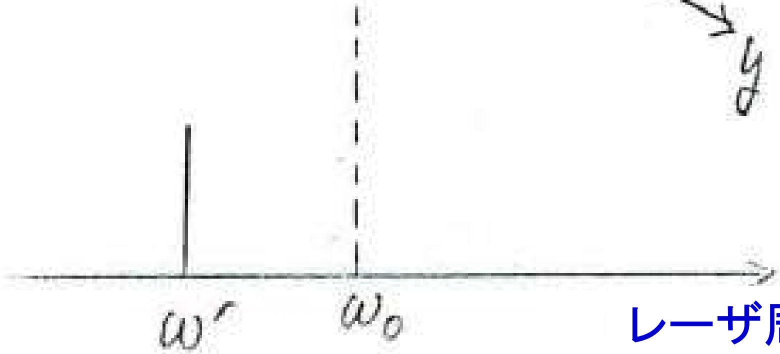


(b)

● 共振器中の場合

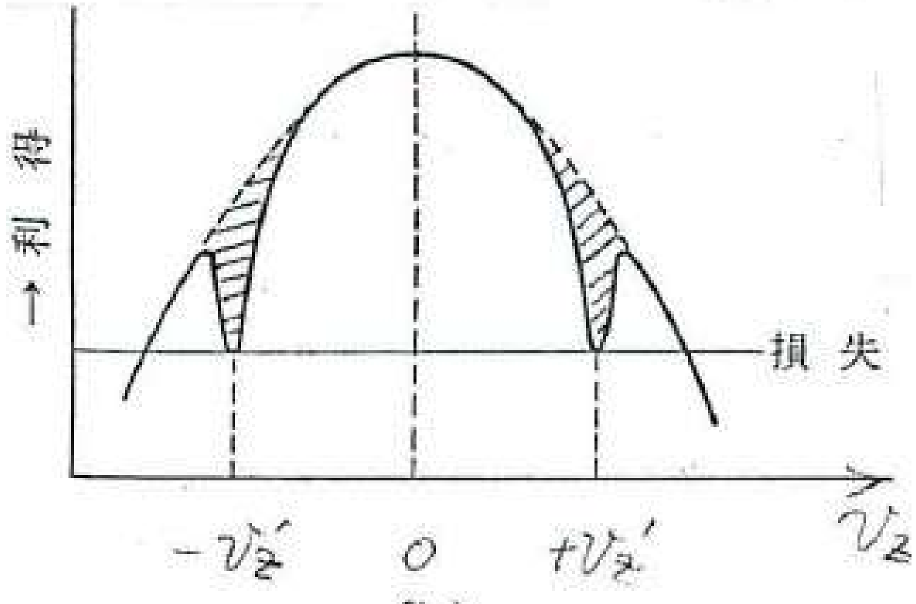
・定在波として光電界が存在する（左右の進行波の重ね合わせ）.





レーザ周波数

(a)

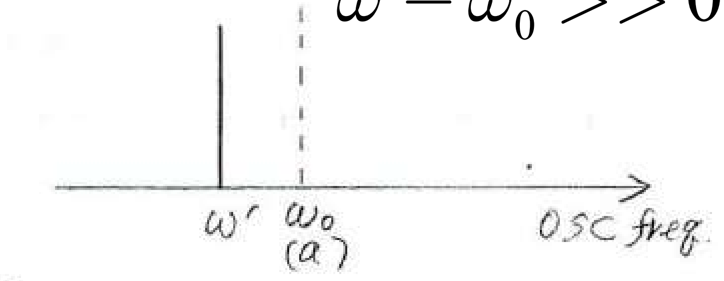


(b)

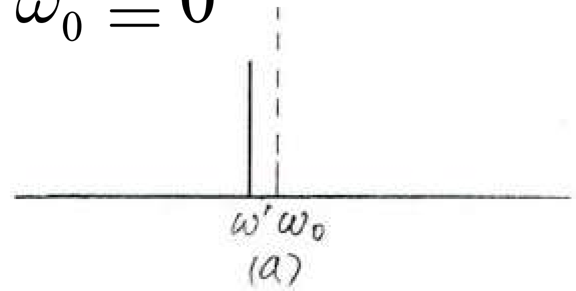
$$\omega' = \omega_0 \left(1 \pm \frac{v_z'}{c} \right)$$

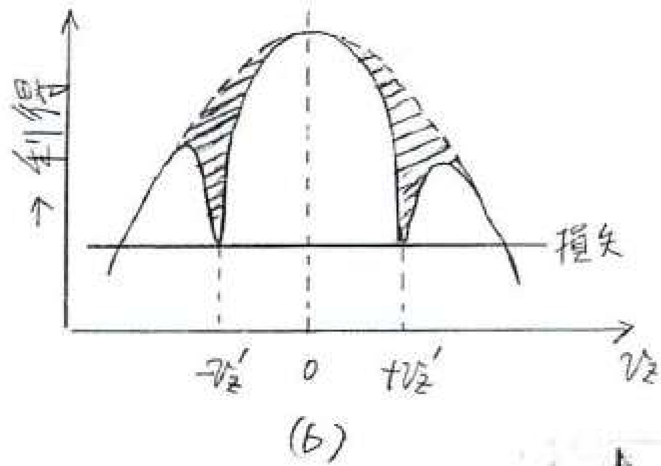
・気体の速度分布上では，**v=0**を中心に左右対称の速度位置でホールバーニングが生じる

$$\omega' - \omega_0 >> 0$$



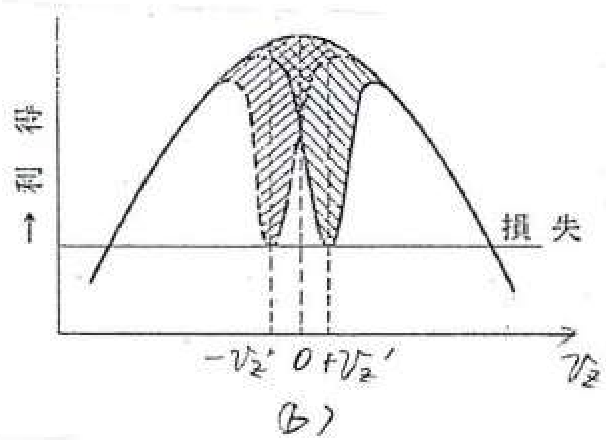
$$\omega' - \omega_0 \cong 0$$

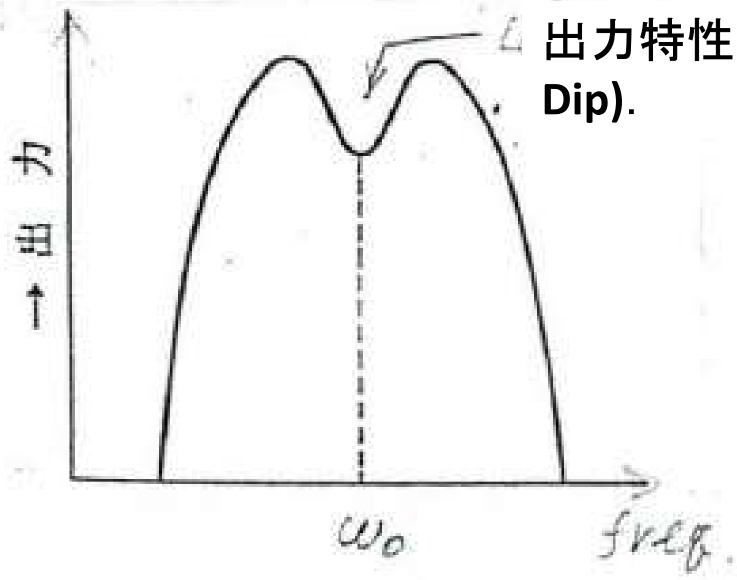




$$\omega' - \omega_0 = 0$$

では，左右のホールバーニングが重なり，一層強い飽和を受け，出力が減少する．これをLamb Dipという．





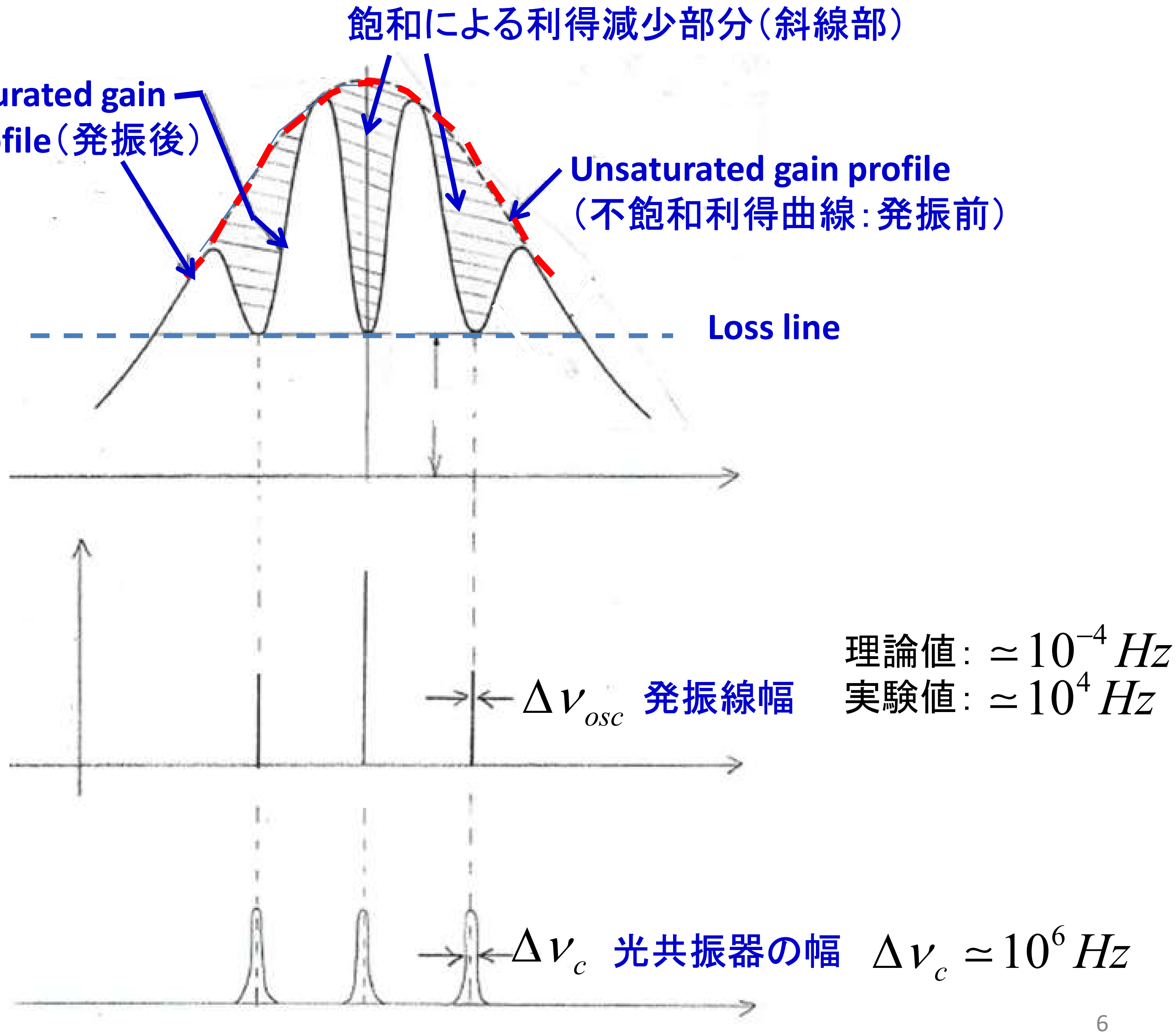
出力特性に凹みが現れる(Lamb Dip).

斜線の面積がレーザ出力に寄与．

斜線が重畳した部分はレーザ出力に寄与しない．

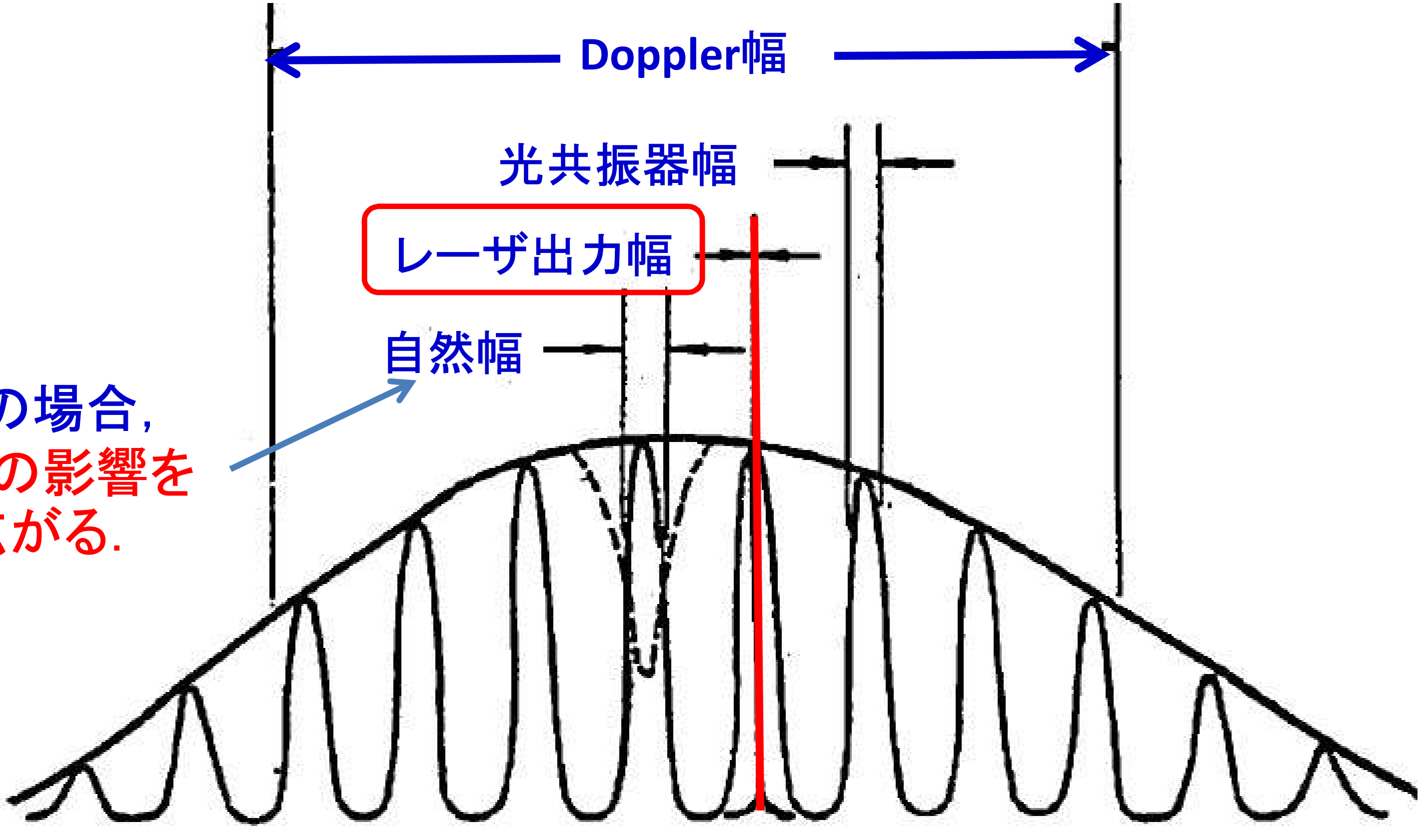
出力が急減
(Lamb dip)

●気体レーザの利得飽和



飽和による利得減少部分(斜線部)
Saturated gain profile(発振後)
Unsaturated gain profile
(不飽和利得曲線:発振前)
Loss line
$\Delta\nu_{osc}$ 発振線幅
理論値: $\simeq 10^{-4}\,Hz$
実験値: $\simeq 10^{4}\,Hz$
$\Delta\nu_c$ 光共振器の幅 $\Delta\nu_c \simeq 10^{6}\,Hz$

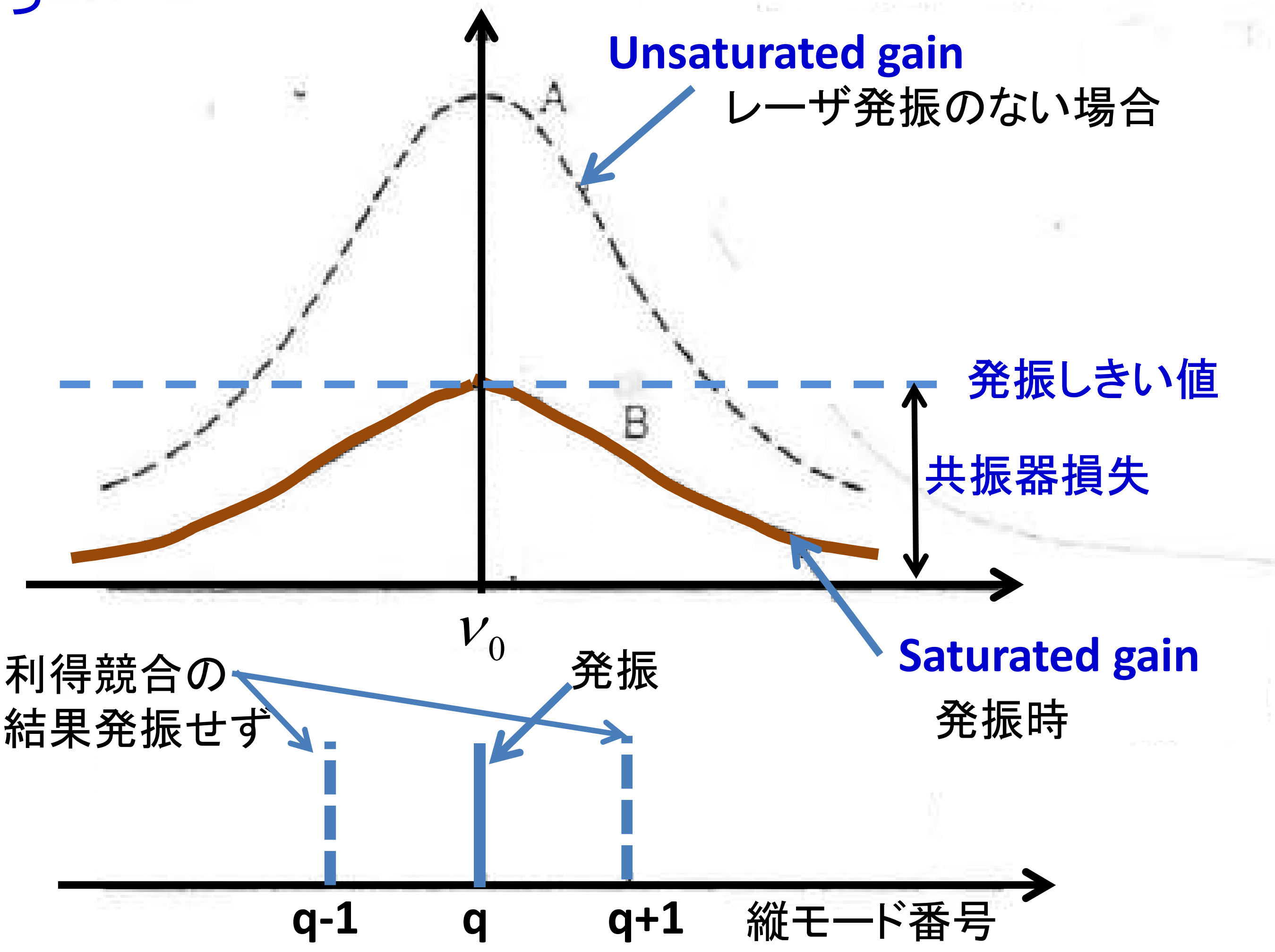
●レーザ利得および発振光のスペクトル



固体レーザの場合,
周囲の原子の影響を
受け大きく広がる.

●固体レーザの利得飽和

・固体レーザ利得スペクトルのプロファイルは，格子振動などに起因する均一広がり幅を持つ



均一な線の広がりがある場合の利得曲線(通常は，縦モード1本にまとまって発振すると考えることができる).

・上述のように，固体レーザの利得の飽和の仕方を考えれば，基本的には，利得中心近傍で単一周波数発振するはずである．

・しかし現実の，固体レーザでは，ストレート共振器（定在波型共振器）レーザの場合，単一縦モードでは発振せず，マルチモード発振となる．

・その理由は，共振器内では，レーザ電界は定在波となっていて，空間的には電界強度の節と腹ができている．それに対応した利得の空間的ホールバーニングが生じている．

・第q番目の縦モード発振による利得の空間的な穴（空間的ホールバーニング）が発生し，その残存部分（定在波の腹）の利得を第q+1番目の縦モードが得ることができ，発振する．

・第q+2番目の縦モードでも同様なことが生じ，結果的に縦多モード発振となる．

・このことについては，下記文献に詳しい解説がなされている．

[3-1] A. E. Siegman; Lasers, University Science Books(1986) 466.
[3-2] 平等拓範　学位論文 p.29.
[3-3] 小林喬郎　編；　固体レーザー，学会出版センター(1997) 26.

［補足］ 定在波

・次ページ図は光電界の定在波に対するイメージ図，

・利得飽和は，光強度で考えるので，次ページ図の２乗した図で考えれば，
Siegman “LASERS”p.466 Fig.12.5と同様になる．

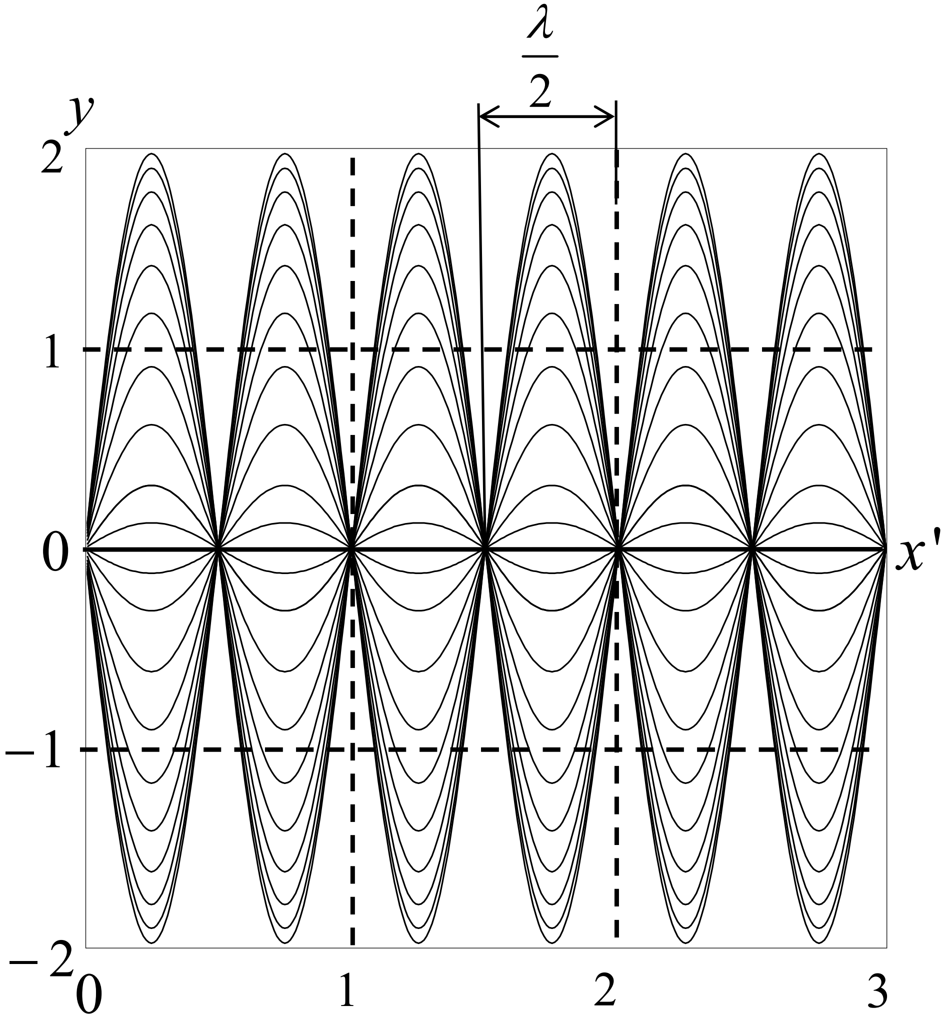
・お互いに逆方向に進行する光電界の重ね合わせは，次式となる．

$$y(t) = A\cos(\omega \mathrm{t} - \beta x) + B\cos(\omega \mathrm{t} + \beta x)$$

$$= A(\cos\omega \mathrm{t}\cos kx + \sin\omega \mathrm{t}\sin kx) + B(\cos\omega \mathrm{t}\cos kx - \sin\omega \mathrm{t}\sin kx)$$

$$= (A+B)\cos\omega \mathrm{t}\cos kx \ + (A-B)\sin\omega \mathrm{t}\sin kx$$

●光電界の定在波に対するイメージ図



$A=1, B=-1$ の場合の定在波の様子

3.2　利得係数と共振器内部損失計測法(Findlay-Clay法）

・与えられたレーザ系で利得係数と共振器内部損失を実測する方法としてFindlay-Clayの論文[3-4]がしばしば引用される．以下その解説を示す．

・レーザ発振条件は，レーザ共振器1往復における利得と全損失（共振器内部損失+出力鏡の透過損失）とが一致することである．

$$(1-a_w)^4(1-t_2)=\exp(-2(g-\alpha)l) \qquad \textbf{(1-3)}$$

・上式の両辺の対数をとると，

$$-2(g-\alpha)l=4\ln(1-a_w)+\ln(1-t_2)$$

ここで，右辺第2項に $\ln(1-x)\cong -x$ の近似を適用し，

$(1-t_2)\equiv R$ と置くと，上式は，次式のように書き換えられる．

$$2gl=2(\alpha l+2a_w)-\ln R \qquad \textbf{(3-2)}$$

資料ISLD1で，出力鏡による損失を除いた共振器一往復損失 a は，次式で与えられた．

$$2(\alpha l+2a_w)\equiv a \qquad \textbf{(3-3)}$$

・(3-3)を(3-2)に代入すると次式を得る.

$$-\ln R = 2gl - a \qquad \textbf{(3-4)}$$

・ここで，発振しきい値近傍を考えると，共振器内レーザパワーはほぼゼロであり，非常に小さな値と見なすことができる.

・一方，固体レーザの飽和を表す式は，前回説明したように，

$$g = \frac{g_o}{1 + I / I_s} \qquad [1/cm]$$

で表されるので，しきい値近傍のレーザ利得係数 g_{th} は，

$$g = \left.\frac{g_o}{1 + I / I_s}\right|_{I \simeq 0} \equiv g_{th} \simeq g_o \qquad \textbf{(3-5)}$$

ほぼ小信号利得係数 g_0 に等しいとしてよい.

・さらに，g_0 は，励起パワー P_{in} に比例するとしてよいので，しきい値近傍では，次式のように置くことができる.

$$g_0 l \equiv \xi P_{inth} \qquad \textbf{(3-6)}$$

しきい値近傍での励起パワー

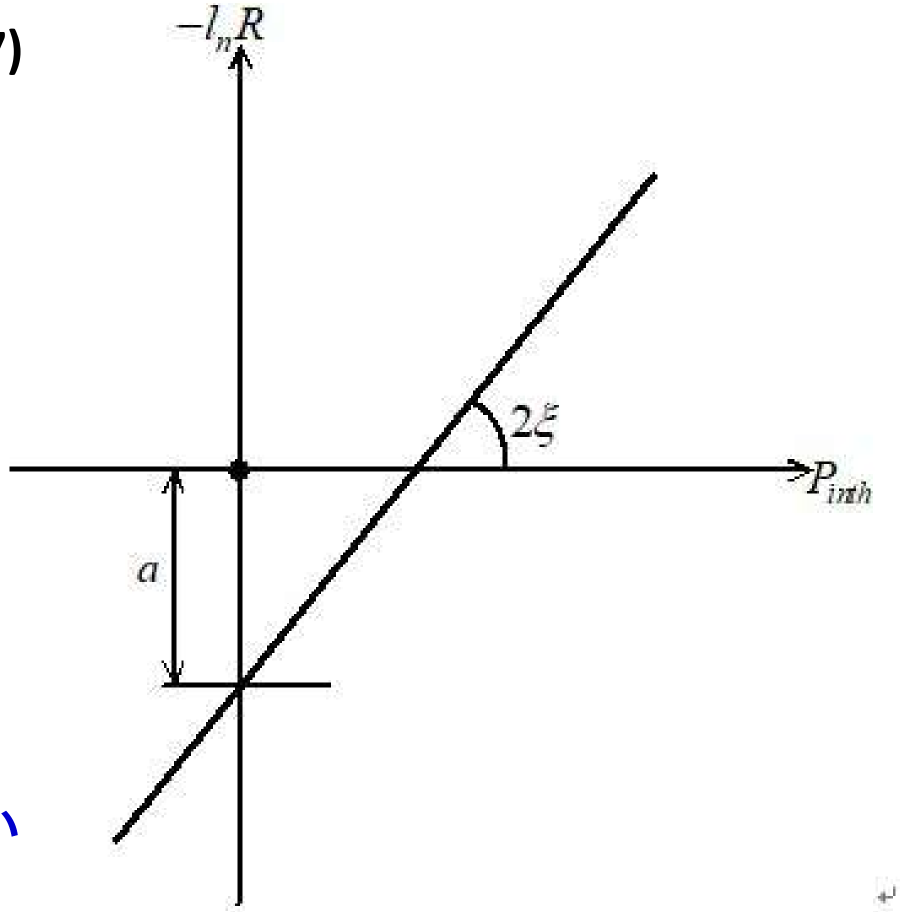
・(3-6)を(3-4)に代入すると，次式を得る.

$$\underbrace{-\ln R}_{y} = 2\xi P_{inth} \underbrace{-\, a}_{+B} \qquad \textbf{(3-7)}$$

$$y = Ax + B$$

・すなわち，(3-7)は，P_{inth}を変数に対応させると従属変数を$-\ln R$ とした1次関数の方程式と関係づけられる.

・よって，複数個の異なった反射率を有する出力鏡を用意し，与えられたレーザ励起系で各々の出力鏡で発振しきい値パワーを実測すれば，グラフの傾きと切片から，右図のように，ξ と共振器内部損失 a を求めることが出来る.
これを，Findlay –Clay法[3-4]という.



P_{inth} vs. $-\ln R$

図3.3

[3-4] D. Findlay and R. A. Clay; Phys. Letters, vol. 20, No. 3 (1966) 277

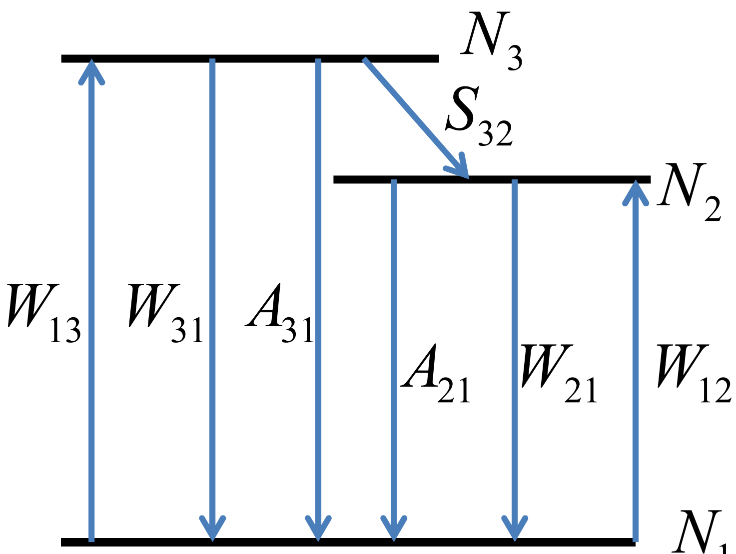
・図3.3グラフの勾配によって，その系における ξ がわかれば，（3-6）より，
特定の励起パワーにおける $g_0 l$ が得られる.

・また，図3.3グラフの縦軸との交点によって a が読み取れるので，これらの値から，出力鏡の最適透過率 T_{opt} が, (1-9) $T_{opt} = \sqrt{2g_0 la} - a$ より得られ，
これを(1-10)，すなわち次式

$$P_{out,\max} = \frac{I_s A}{2}(\sqrt{2g_0 l} - \sqrt{a})^2$$

に代入すれば，その系における最大出力を見積もることができる.
ただし，媒質の飽和光強度 I_s と媒質内ビーム断面積 A を知る必要がある. ビーム断面積は，用いる完全反射鏡と出力鏡の曲率半径に依存する.
これについては別途詳述する.

3.3　3準位レーザ



・左図のように準位2，1間がレーザ遷移で，準位1が基底状態または，励起状態であっても基底状態に非常に近く，熱的に容易に結合している場合，3準位レーザと言う．

・ルビーレーザはその代表例．

・そのレート方程式は，以下のように表せる．

$$\frac{dN_3}{dt} = W_{13}N_1 - (W_{31} + A_{31} + S_{32})N_3 \quad \text{(3-8)}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = W_{12}N_1 - (W_{21} + A_{21})N_2 + S_{32}N_3 \quad \text{(3-9)}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = (W_{31} + A_{31})N_3 + (W_{21} + A_{21})N_2 - (W_{12} + W_{13})N_1 \quad \text{(3-10)}$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N_0 \quad \text{(3-11)}$$

・ここで，Wは誘導遷移，Aは自然遷移，Sは無放射遷移，ただし，準位2→1，3→1の無放射遷移，3→2の放射遷移は省略した．

・次に，$\Delta N \equiv N_2 - N_1$，$W_{13} = W_{31} \equiv W_P$，と置いて(3-8,9.10)を書き換えると，次式を得る．

$$\frac{dN_3}{dt} = W_P(N_1 - N_3) - S_{32}N_3 - A_{31}N_3 \qquad \textbf{(3-12)}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = S_{32}N_3 - W_L\Delta N - A_{21}N_2 \qquad \textbf{(3-13)}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = A_{31}N_3 + A_{21}N_2 - W_P(N_1 - N_3) + W_L\Delta N \qquad \textbf{(3-14)}$$

・**(3-12)**で，$S_{32} >> A_{31}$ と仮定すると，$A_{31}N_3 \simeq 0$ と見なせるので，

$$\frac{dN_3}{dt} = W_P(N_1 - N_3) - S_{32}N_3 \qquad \textbf{(3-15)}$$

となる．さらに，強い励起状態では，$\dfrac{dN_3}{dt} \simeq 0$ と見なせるので，**(3-15)**より，次式を得る．

$$W_P(N_1 - N_3) \simeq S_{32}N_3 \equiv R \text{ (Pumping Rate)} \qquad \textbf{(3-16)}$$

・(3-16)を用いると，(3-13,14)は，次式のように書き換えられる.

$$\frac{dN_2}{dt} = R - W_L \Delta N - A_{21} N_2 \qquad \textbf{(3-17)}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -R + A_{21} N_2 + W_L \Delta N \qquad \textbf{(3-18)}$$

・以上の準備をした上で，以下，ΔN（反転分布）について考える.

・ N_1 は，基底状態なので，$N_1 >> N_3$ とみなしてよいので，次式が成り立つ.

$$N_1 + N_2 \simeq N_0 \qquad \textbf{(3-19)}$$

・従って，次式(3-20,21)も成り立つ.

$$N_1 + N_2 + (N_2 - N_1) = 2N_2 \simeq N_0 + \Delta N$$

よって，$N_2 \simeq \dfrac{N_0 + \Delta N}{2}$ **(3-20)**

同様に,

$$N_1 + N_2 - (N_2 - N_1) = 2N_1 \simeq N_0 - \Delta N$$

よって，　$N_1 \simeq \dfrac{N_0 - \Delta N}{2}$　　(3-21)

・定常状態では，$\dfrac{dN_i}{dt} = 0$ なので，(3-17)より，

$$R - W_L \Delta N - A_{21} N_2 = 0$$

上式に(3-20)を用いて，ΔN について解くと，次式を得る.

$$\Delta N = \frac{R - (A_{21} N_0 / 2)}{(W_L + A_{21} / 2)} \qquad \text{(3-22)}$$

・ $\Delta N > 0$ となるためには，　$R > \dfrac{A_{21} N_0}{2}$ が必要.

・(3-16)より，$W_P (N_1 - N_3) \simeq S_{32} N_3 \equiv R$ であったので，(3-21)を用いると，

$$R = W_P (N_1 - N_3) \simeq W_P N_1 \simeq W_P \frac{(N_0 - \Delta N)}{2} \simeq W_P \frac{N_0}{2} \qquad \text{(3-23)}$$

・よって，　$W_P \dfrac{N_0}{2} > \dfrac{A_{21} N_0}{2}$ を得る.

・すなわち，次式が成り立つまで励起強度を強めれば，反転分布が達成され，発振可能性がある.

$$W_P > A_{21} \qquad \textbf{(3-24)}$$

・実際，このような条件を満たす遷移を，固体分光学者であった**T. Maiman**（**W. E. Lamb Jr.** の弟子**)**がルビーで見いだし，**Xe**フラッシュランプによる強励起により，最初のレーザを発振，実現した.

・次回につづく