波長変換技術入門(1)

Chap.1　波長変換の概要

1. 3　許容幅

1. 3　許容幅

・これまでのことをもう少し解析的に考えます.

・した図1.7で，長さ L の非線形媒質に左側から基本波が入射する場合を考え，右端で得られる第2高調波の強度について考えよう.

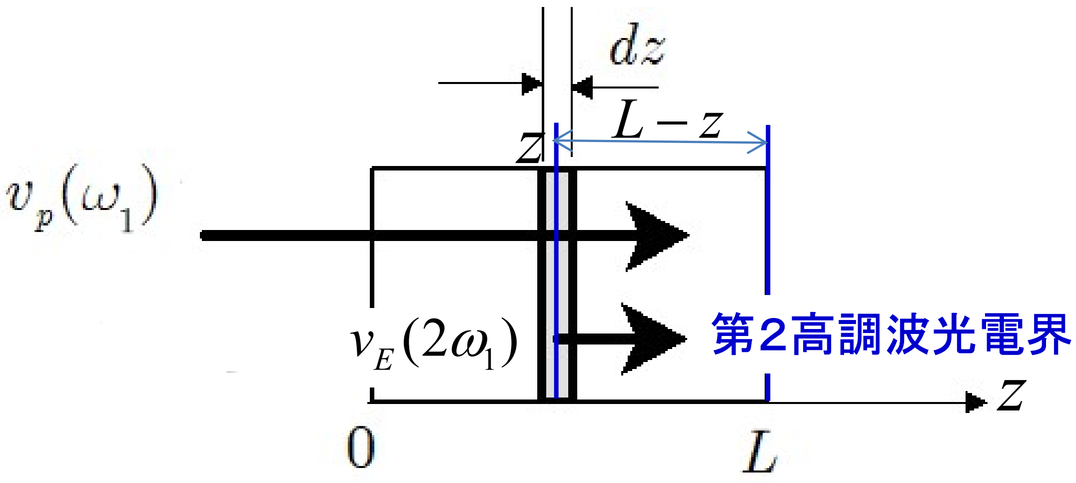


図1.7

・位置　z で誘起された分極波から放射される第2高調波が媒質右端に達するまでの時間 は,

$$\tau = \frac{L-z}{v_E(2\omega_1)} = \frac{k_2(L-z)}{2\omega_1} \qquad \textbf{(1-10)}$$

P. A. Franken and J. F. Ward; Review of modern physics vol.35, No. 1(1963)23.

・一方，位置 z 近傍の微小部 dz に誘導される分極からの第2高調波光電界 $dE_{2\omega_1}$ は，次式で与えられます．

$$dE_{2\omega_1} \propto \cos[2\omega_1(t-\tau)-2k_1 z]dz \qquad \textbf{(1-11)}$$

・従って媒質全長にわたる寄与は，次式となります．

$$\int_0^L dE_{2\omega_1} \propto \int_0^L \cos[2\omega_1(t-\tau)-2k_1 z]dz \qquad \textbf{(1-12)}$$

・式(1-10)を式(1-12)に代入すると下式となります．

$$\int_0^L \cos[2\omega_1(t-\tau)-2k_1 z]dz = \int_0^L \cos[2\omega_1 t - k_2 L - (2k_1 - k_2)z]dz$$

・上式を積分すると，次式を得ます．

$$\int_0^L dE_{2\omega_1} \propto \left[\frac{\sin[2\omega_1 t - k_2 L - (2k_1 - k_2)z]}{-2(2k_1 - k_2)}\right]_0^L$$

$$= \frac{1}{(2k_1 - k_2)} \{\sin(\underbrace{2\omega_1 t - k_2 L}_{\alpha+\beta}) - \sin(\underbrace{2\omega_1 t - 2k_1 L}_{\alpha-\beta})\} \quad \textbf{(1-13)}$$

ここで, $\alpha + \beta \equiv 2\omega_1 t - k_2 L$ **(1-14)** $\alpha - \beta \equiv 2\omega_1 t - 2k_1 L$ **(1-15)**

と置き, **(1-14)+(1-15)**, **(1-14)-(1-15)**より, 次式を得る.

$$\alpha = 2\omega_1 t - \frac{L}{2}(2k_1 + k_2) \quad \textbf{(1-16)}$$

$$\beta = \frac{L}{2}(2k_1 - k_2) \quad \textbf{(1-17)}$$

*和積公式を用いれば,
ただちに得られる。

・次に, 公式 $\cos\alpha \sin\beta = (1/2)\cdot\{\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\}$ を用いて, **(1-13)**を変形すると,

$$\int_0^L dE_{2\omega_1} \propto \frac{2}{(2k_1 - k_2)} \cdot \cos[2\omega_1 t - \frac{L}{2}(2k_1 + k_2)] \cdot \sin\frac{L}{2}(2k_1 - k_2) \quad \textbf{(1-18)}$$

・第２高調波の強度 $I_{2\omega_1}$ は，光電界の２乗，即ち**(1-14)**の２乗に比例します．
また**(1-14)** 右辺の**cos**因子は光の角周波数での振動成分を表わしているので光強度を考える場合無視できます**.**

・よって，次式を得ます．

$$I_{2\omega_1} \propto \frac{\sin^2 \frac{L}{2}(2k_1 - k_2)}{(2k_1 - k_2)^2} = \frac{\sin^2 \frac{\Delta k L}{2}}{\Delta k^2} = \frac{L^2}{4} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\Delta k L}{2}}{(\frac{\Delta k L}{2})^2} \qquad \textbf{(1-19)}$$

ここで， $\Delta k = (2k_1 - k_2)$ です．

・なお，

$$\frac{\Delta k L}{2} \equiv \delta \qquad \textbf{(1-20)}$$

は，**dephasing**（位相不整合量）と呼ばれ，波長変換にとって基本的に重要な量です．

式**(1-19)**で $\sin\theta/\theta$ の形の関数はシンク関数**(sinc fn.)**と呼ばれ，$\theta \to 0$ で $\sin\theta/\theta \to 1$ （最大値）となります．

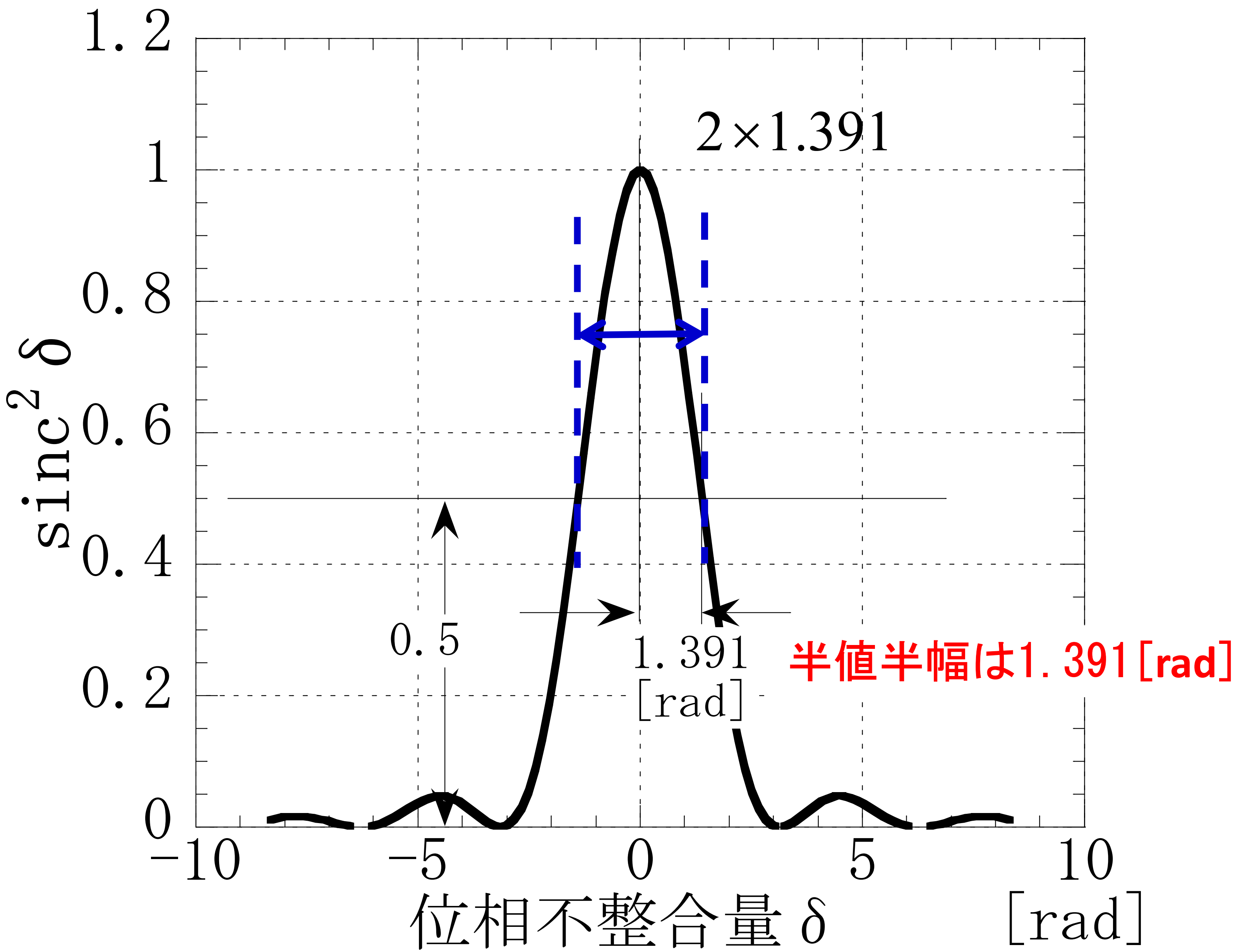


図1.8

・(1-19)より，第2高調波強度 は，sinc関数の2乗に比例し，結晶長の2乗に比例します．

$$\Delta k = (2k_1 - k_2) = 0$$

であれば式(1-19)から第2高調波強度は媒質の長さ の2乗に比例して増加します．すなわち，

$$2k_1 = k_2 \Longrightarrow n_{\omega_1} = n_{2\omega_1}$$

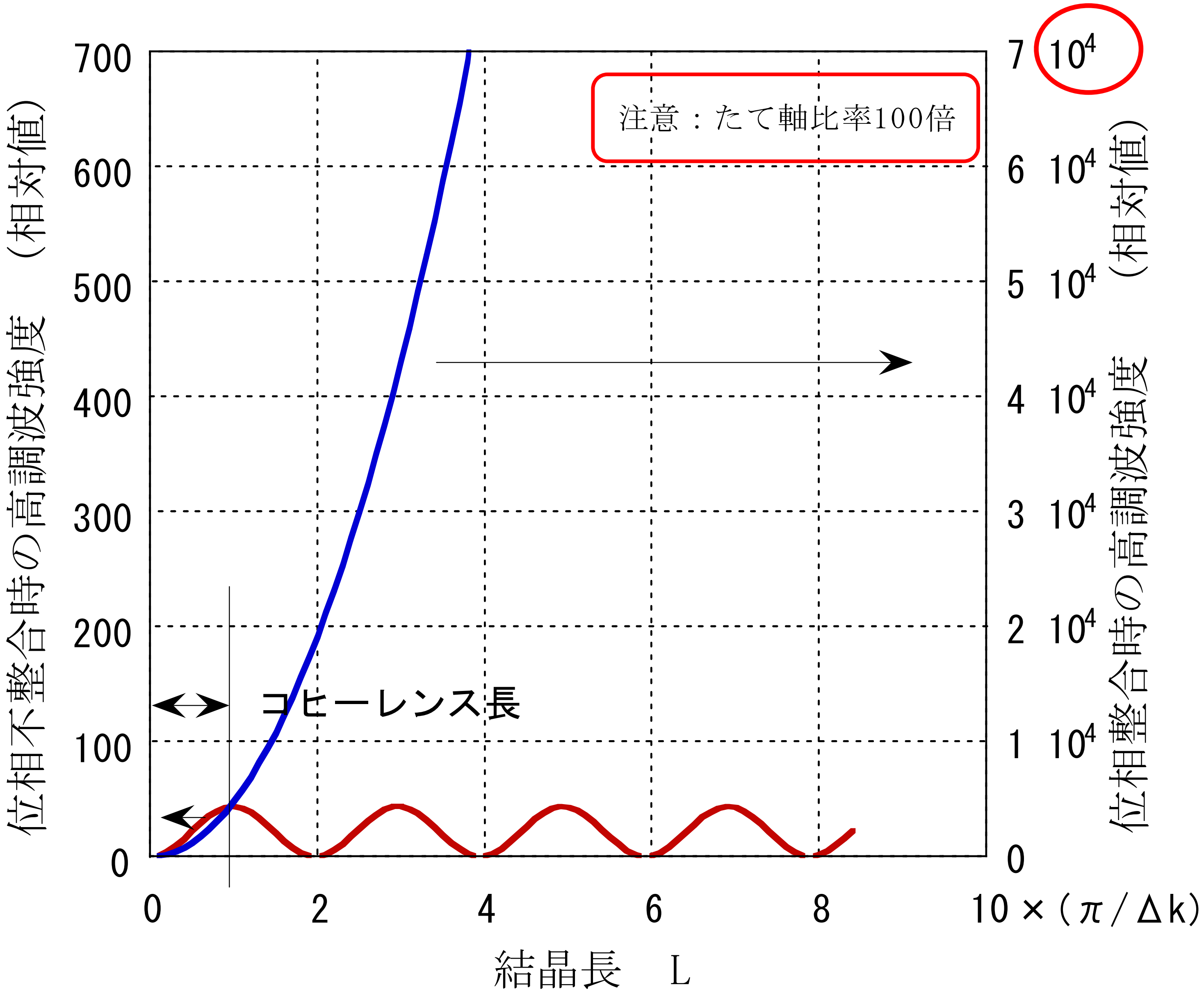
が成り立てばです．しかし，一般には，媒質の分散特性のため上式は成り立たないので， $\Delta k \neq 0$ の場合，式(1-19)より，第2高調波強度は図1.9に示す様に周期的に強弱を繰り返します．　　　　　　　　　．

・基本波の入射端から最初のピークを示すまでの距離をコヒーレンス長 (coherence length) と言い，位相整合していなくとも，

“高調波発生に適した位相関係が保たれる有効な長さ”

を意味しています．

・最初のピークは式(1-19)より，次式を満たす時です．



700
600
500
400
300
200
100
0
(相対値)
位相不整合時の高調波強度
7 10^4
6 10^4
5 10^4
4 10^4
3 10^4
2 10^4
1 10^4
0
(相対値)
位相整合時の高調波強度
注意：たて軸比率100倍
コヒーレンス長
0
2
4
6
8
10 ×（π／Δk）
結晶長　L

図1.9

$$\frac{\Delta kL}{2} \equiv \frac{(2k_1 - k_2)l_c}{2} = \frac{\pi}{2} \qquad \textbf{(1-21)}$$

・この式は，**(1-6)**より次式のように表すことができます．

$$l_c = \frac{\pi c}{2(n_{\omega_1} - n_{2\omega_1})\omega_1} \qquad \textbf{(1-22)}$$

・通常　l_c は数**10μm** のオーダーです．$\Delta k = 0$ を何らかの方法で満たさない限り，コヒーレンス長以上に媒質の長さを大きくしても第２高調波強度は大きくなりません．

このことにより，位相整合が以下に重要か良く理解できます．